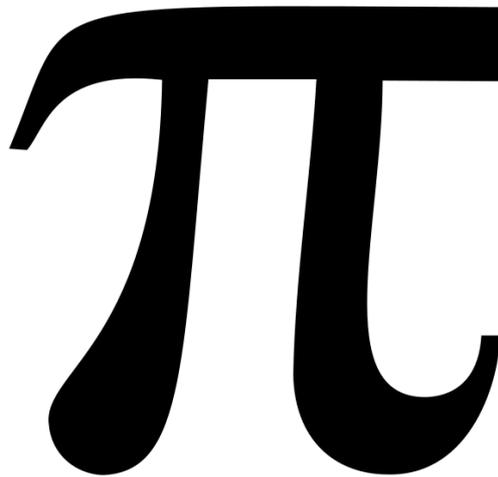


Dispense di Matematica
classe terza
Goniometria



Questa opera è distribuita con:

[Licenza Creative Commons *Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate* 3.0 Italia](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/it/)

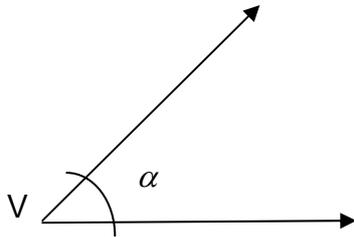
Ing. Alessandro Pochi

(Appunti di lezione svolti all'ITIS M.M.Milano)

Aggiornamento al 25 Marzo 2013

Goniometria

Si definisce angolo la parte di piano compresa tra due semirette che hanno come origine un punto detto vertice.



Gli angoli, di norma, si rappresentano con le lettere minuscole dell'alfabeto greco:

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta (\text{alfa, beta, gamma, delta})$$

La goniometria tratta la misura degli angoli.

Angoli sessagesimali

Gli angoli sessagesimali si rappresentano secondo il seguente schema:

gradi primi secondi

esempio: $22^{\circ}35'18''$

Un angolo giro ha un valore di $360^{\circ}00'00''$, un angolo retto $90^{\circ}00'00''$.

Per convenzione gli angoli si misurano in senso antiorario partendo dallo zero corrispondente con l'asse delle ascisse (x).

Le operazioni sugli angoli devono tenere conto che non stiamo utilizzando il sistema decimale ma quello sessadecimale: di norma, infatti non avremo primi e secondi superiori a 59. Nel caso in cui, facendo una somma tra due angoli, si abbia un valore superiore a 59, scatterà il riporto. Per i gradi, invece, il valore potrà essere superiore a 59°

Esempio somma:

$$\begin{array}{r} 22^{\circ}27'55''+ \\ 30^{\circ}44'12''= \\ \hline 52^{\circ}71'67'' \end{array}$$

In questo caso avremo:

$$67'' = 1'07''$$

Quindi:

$$52^{\circ}71'67''$$

diventa

$$52^{\circ}72'07''$$

Adesso $72' = 1^{\circ}12'$

Infine, quindi, avremo:

$$53^{\circ}12'07''$$

Esempio sottrazione :

$$22^{\circ}27'11'' - 10^{\circ}14'42''$$

Non potendo sottrarre $42''$ da $11''$, i secondi, diventano ($60+11=72$) a scapito dei primi che diventano 26:

si avrà quindi:

$$\begin{array}{r} 22^{\circ}26'71''- \\ 10^{\circ}14'42''= \\ \hline 12^{\circ}12'29'' \end{array}$$

Angoli in radianti

Per evitare di dover rappresentare un angolo con gradi, primi e secondi possiamo ricorrere ai *radianti* dove avremo solo un *numero puro*.

Concettualmente, per capire cosa è un *radiante* rappresentiamo una circonferenza che abbia raggio unitario $r=1$

Per le regole della geometria, se calcoliamo la lunghezza di questa circonferenza avremo:

$$C = 2\pi r \quad \text{e, poiché il raggio è unitario: } C = 2\pi$$

Per rappresentare un angolo possiamo riferirci alla parte di circonferenza interessata dallo stesso, quindi ad un angolo giro corrisponderà tutta la circonferenza:

$$360^{\circ} \Rightarrow 2\pi$$

Potremo quindi dire che un angolo giro di 360 gradi può essere rappresentato, in radianti dal valore 2π .

Sarà quindi semplice scrivere la proporzione:

$$360^{\circ} : 2\pi = \alpha^{\circ} : \alpha^r$$

Esempio di conversione da sessagesimali a radianti:

$$\alpha^{\circ} = 47^{\circ}$$

Utilizzando la relazione precedente:

$$\alpha^r = \frac{2\pi \cdot \alpha^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{2\pi \cdot 47}{360} = 0,82^r$$

Esempio di conversione da radianti a sessagesimali

$$\alpha^r = 0,452$$

Utilizzando la relazione precedente:

$$\alpha^{\circ} = \frac{360^{\circ} \cdot \alpha^r}{2\pi} = \frac{360 \cdot 0,452}{2\pi} = 25^{\circ},91$$

Angoli sessadecimali

Un angolo sessadecimale è espresso tutto in gradi (e frazioni di grado) e segue le regole dei numeri decimali.

Esempio di angolo sessadecimale:

$$25^{\circ},2345$$

Conversione di un angolo da sessagesimale a sessadecimale:

$$45^{\circ}56'12''$$

Poiché $1^{\circ}=60'$ e $1'=60''$ avremo che :

$$45^{\circ}56'12'' \text{ diventa: } 45^{\circ} + \frac{56'}{60} + \frac{12}{3600} = 45^{\circ},936$$

Conversione di un angolo da sessadecimale a sessagesimale:

$$45^{\circ},937$$

a) Si prende la parte decimale e si moltiplica per 60:

$$0,937*60=56,22 \text{ (si ottengono così i primi)}$$

b) Si prende ancora la parte decimale e si moltiplica per 60:

$$0,22*60=13 \text{ (si ottengono così i secondi)}$$

Quindi: $45^{\circ},937$ corrisponde a $45^{\circ}56'13''$